

# О СОХРАНЕНИИ СФЕРИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ НА СФЕРИЧЕСКОЙ СЕТКЕ В ДЕКАРТОВОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ПРИ РАСЧЕТЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ ЭЙЛЕРОВЫМИ КОНЕЧНО-ОБЪЕМНЫМИ СХЕМАМИ

*Н. А. Михайлов, И. В. Глазырин, Н. Л. Фролова, М. Н. Чижков*

ФГУП «РФЯЦ – ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина», Снежинск, Россия

Сохранение сферической симметрии течения является желательным свойством численных схем, используемых для моделирования сжатия мишеней инерциального термоядерного синтеза (ИТС). Это позволяет точнее исследовать физические причины нарушения симметричности сжатия мишеней, поскольку уменьшает численный вклад в гармонический состав возмущений контактных границ оболочек. Рост возмущений на границах вследствие гидродинамических неустойчивостей, возникающих в процессе сжатия мишеней, является основной причиной, препятствующей термоядерному зажиганию [1].

Разработке газодинамических схем, сохраняющих симметрию течения, уделяется достаточно большое внимание [2–4]. В настоящее время использование эйлеровых схем для моделирования сжатия мишеней ИТС становится все более распространенным [5–7], что связано с развитием вычислительной техники и подходов к моделированию многоматериальных течений на неподвижной сетке.

Для того, чтобы схема сохраняла симметрию течения, независимо от подвижности сетка должна быть согласована с соответствующим видом симметрии [2]. В случае сферической симметрии она должна быть радиальной. Простейшим вариантом такой сетки является сферическая: с расстановкой узлов на координатных поверхностях сферической системы координат. Отдельным вопросом является выбор системы координат для записи системы газодинамических уравнений. В трехмерном случае наиболее предпочтительной является декартова система координат, поскольку в ней система уравнений имеет дивергентный вид, удобный для обеспечения консервативности схемы. Однако в этом случае грани ячеек сферической сетки являются плоскими, что может создавать проблемы сохранения схемой сферической симметрии.

В данной работе определяются достаточные условия, чтобы конечно-объемные эйлеровы схемы для расчета газодинамических течений в декартовой системе координат, использующие метод Гаусса для операторов дивергенции и градиента и метод средней точки для аппроксимации интегралов по граням ячеек, обладали свойством сохранять сферическую симметрию на сферической сетке. Предлагаются два подхода к обеспечению геометрического условия на отношение площадей угловых граней к объему ячейки: коррекция площадей и специальный выбор разбиения по полярному углу. В качестве примера сохранения симметрии при выполнении достаточных условий рассматривается расчет сферической задачи о распаде разрыва по эйлеровой схеме гоуновского типа [8].

## Литература

1. **Ye Zhou.** Rayleigh–Taylor and Richtmyer–Meshkov instability induced flow, turbulence, and mixing. Part II. *Physics Reports.* – 2017. – Vol. 720–722. – P. 1–136.
2. **Margolin, L.** Using a curvilinear grid to construct symmetry-preserving discretizations for Lagrangian gas dynamics [Text] / L. Margolin, M. Shashkov // *J. Comput. Phys.* – 1999. – Vol. 149. – P. 389–417.
3. **Caramana, E. G.** A compatible, energy and symmetry preserving Lagrangian hydrodynamics algorithm in three-dimensional Cartesian geometry [Text] / E. G. Caramana, C. L. Rousculp, D. E. Burton // *J. Comput. Phys.* – 2000. – Vol. 157. – P. 89–119.
4. **Ling, D.** Positivity-preserving and symmetry-preserving Lagrangian schemes for compressible Euler equations in cylindrical coordinates [Text] / D. Ling, J. Cheng, C.-W. Shu // *Computer and Fluids.* – 2017. – Vol. 157. – P. 112–130.
5. **Getings, M.** The RAGE radiation-hydrodynamic code [Text] / M. Getings, R. Weaver, M. Clover et al. // *Computational Science and Discovery.* – 2008. – Vol. 1 (1).
6. **Fryxell, B.** FLASH: An adaptive mesh hydrodynamics code for modeling astrophysical thermonuclear flashes [Text] / B. Fryxell, K. Olson, P. Ricker et al. // *Astrophysical Journal Supplement.* – 2000. – Vol. 131. – P. 273–334.

7. **Лебо, И. Г.** Исследование гидродинамических неустойчивостей в задачах лазерного термоядерного синтеза методами математического моделирования [Текст] / И. Г. Лебо, В. Ф. Тишкин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 304 с.
8. **Глазырин, И. В.** Конечно-объемная схема для многокомпонентных сжимаемых течений на неструктурированной сетке в трехмерном комплексе Фокус [Текст] / И. В. Глазырин, Н. А. Михайлов // Журнал выч. матем. и матем. физ. – 2021. – Т. 61, № 6. – С. 1019–1033.
-